

## МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ПРОЕКТАМИ ІНФОРМАТИЗАЦІЇ НА ПІДПРИЄМСТВІ

Підприємству необхідно розробити програмне забезпечення – логістичну систему для обліку, моніторингу транспорту та замовлень. Оскільки підприємство має чіткі вимоги та визначені потреби щодо функціоналу проекту, доцільно будувати проект за класичною водоспадною моделлю життєвого циклу.

Припустимо, маємо команду з  $n$  програмістів і матрицю експертних оцінок терміну виконання задач за проектом (кожна з яких повинна бути виконана) розмірністю  $m \times 3$ . Кожен зі стовпців матриці передбачає: найгірший очікуваний і найкращий очікуваний варіанти розвитку подій, витрати на оплату праці розробника за годину, дохід від реалізації певної задачі, коефіцієнти якості виконання роботи програмістом і складність виконання кожної задачі в умовних SP, бюджет на виконання проекту. Необхідно: розрахувати очікувану тривалість виконання, вірогідність реалізації проекту за сумою розрахованої тривалості виконання робіт; розподілити задачі між розробниками таким чином, щоб максимізувати якість виконання робіт і дохід від їх реалізації; скласти план-графік виконання проектних робіт за умови певної послідовності їх виконання.

Задача може складатися з трьох підзадач:

1. Оцінка очікуваної тривалості виконання та визначення вірогідності виконання проекту за оціненою тривалістю.
2. Розв'язання задачі про призначення виконавців проектних робіт за умови максимізації доходу й якості виконання задач методом послідовних поступок.
3. Складання плану-графіку за умови певної послідовності виконання робіт.

За допомогою методу PERT при оцінці можна врахувати як позитивні, так і негативні фактори впливу за допомогою урахування найкращого та найгіршого сценарію розвитку подій.

Скажімо, маємо матрицю оцінок терміну виконання задач за проектом розмірністю  $m \times 3$ , в якій кожен зі стовпців передбачає найгірший очікуваний і найкращий очікуваний варіанти розвитку подій:

$$\begin{array}{ccc} \epsilon_{p1} & \epsilon_{m1} & \epsilon_{o1} \\ \epsilon_{pm} & \epsilon_{mm} & \epsilon_{om} \end{array}$$

Очікувана тривалість виконання  $m$ -ї задачі розраховуються як середнє значення з урахуванням вагових коефіцієнтів за формулою:

$$T = \frac{t_o + 4t_m + t_p}{6}, \quad (1)$$

де  $t_o$  – оптимістична експертна оцінка терміну виконання задачі за умови, що при її виконанні задачі не виникне складнощів і все відбудеться найліпшим шляхом;  $t_m$  – експертна оцінка терміну виконання проектної задачі з припущенням, що все відбудеться як зазвичай, тобто найбільш вірогідним шляхом;  $t_p$  – песимістична оцінка експерта щодо терміну виконання задачі за умови, що усі обставини будуть несприятливі та виникнуть складнощі при виконанні [1].

Таким чином, загальна тривалість виконання робіт може бути розрахована як сума розрахованих оцінок методом PERT:

$$\sum_{i=1}^m \frac{t_{oi} + 4t_{mi} + t_{pi}}{6}, \quad (2)$$

де  $m$  – кількість задач.

Виходячи з того, що сума утворюється в результаті складання багатьох умовно випадкових слабо взаємозалежних величин, кожна з яких вносить малий внесок до загальної суми, то центрування та нормований розподіл такої величини при збільшенні числа спостережень прагне до нормального розподілу.

Отже, за допомогою розрахованих значень тривалості проектних задач можна оцінити шанси проекту бути виконаним у зазначений час на основі нормального розподілу.

Ці значення, до яких буде розраховуватись функція нормального розподілу, будуть прийматися як наші очкування щодо терміну виконання робіт за проектом.

Математичне сподівання для розрахунків буде прийнято як сума розрахованих оцінок за PERT методом відповідно до формули (2).

Стандартне відхилення терміну виконання задач визначаємо як розходження між значенням мінімальної та максимальної тривалості виконання задачі за формулою:

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \left( \frac{t_{pi} - t_{oi}}{6} \right)^2}{m}}. \quad (3)$$

Така задача є етапом попередніх розрахунків і основою для складання плану-графіку ходу виконання проектних робіт. Якщо за функцією нормального розподілу отримано вірогідність реалізації виконання проекту 70 % і більше, то отриману матрицю  $T$  розрахованої тривалості виконання робіт за проектом можна використовувати для подальших розрахунків [2].

Теоретичною основою для розв'язання підзадачі про оптимальний розподіл проектних робіт між виконавцями є задача. Назва задачі «про призначення» походить з практичної кадрової ситуації, коли претендентів треба призначити на вакантні посади найкращим чином [3]. Модель такої задачі широко застосовується при розподілі необхідних ресурсів – машин, будівель, контейнерів, транспортних засобів, в тому числі людей.

Постановка задачі: маємо  $m$  видів робіт, кожна з яких виконується тільки одним з  $n$  способів ( $n \geq m$ ), причому кожен спосіб можна використати тільки для одного виду роботи. Відома оцінка ефективності  $c_{ij}$  виконання  $i$ -го виду роботи  $j$ -м способом ( $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$ ). Необхідно знайти такий план виконання робіт, щоб сумарна ефективність була максимальною [3].

Нехай змінна  $x_{ij}$ , приймає одне зі значень: «1» (якщо  $i$ -й вид роботи виконується  $j$ -м способом) або «0» (якщо  $i$ -й вид роботи не виконується  $j$ -м способом), тобто  $x_{ij} \in \{0; 1\}$ . Тоді матриця  $X$  буде планом виконання робіт, а сумарна ефективність складе [3]:

$$f(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \max.$$

Відповідно до постановки задачі, математична модель має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1m} = m \\ x_{\dots 1} + x_{\dots 2} + \dots + x_{\dots m} = m \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nm} = m \\ \hline x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} \leq 1 \\ x_{1\cdot} + x_{2\cdot} + \dots + x_{m\cdot} \leq 1 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_{1\cdot} + x_{2\cdot} + \dots + x_{m\cdot} \leq 1 \\ x_{ij} \in \{0; 1\} (i = \overline{1, m}; j = \overline{1; n}) \end{array} \right. ,$$

де  $x_{ij}$  – варіант вибору виконання  $i$ -го завдання  $j$ -тим способом;  $c_{ij}$  – ефективність виконання  $i$ -го завдання  $j$ -тим способом.

Необхідно знайти такий план (розв'язок системи)  $X$ , при якому лінійна функція мети  $f$  набуває оптимального (максимального або мінімального) значення [3].

У контексті моделювання системи управління проектами інформатизації на підприємствах за умови максимізації доходу і якості виконання задача має дещо модифіковану систему обмежень та цільових функцій.

Скажімо, маємо  $m$  видів робіт, кожна з яких повинна бути виконана та виконується тільки одним з  $n$  програмістів. Визначені витрати на оплату праці програміста за годину  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ ; тривалість виконання видів робіт  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ ; дохід від реалізації певної задачі  $I = \{i_1, i_2, \dots, i_m\}$ ; коефіцієнт якості виконання роботи програмістом  $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ , що змінюються у межах від 0 до 1, де «0» – абсолютно неякісне виконання роботи, а «1» – робота виконана на 100 % якісно; складність виконання кожної задачі в умовних *story points*  $SP = \{sp_1, sp_2, \dots, sp_m\}$ ; бюджет на виконання проекту  $B$ . Необхідно знайти такий план виконання робіт, щоб сумарний дохід та якість виконання робіт були максимальними.

Нехай змінна  $x_{ij}$ , що шукаємо, приймає одне з двох певних значень: «1» (якщо  $i$ -та задача буде призначена  $j$ -му програмісту) або «0» (якщо  $i$ -та задача не буде призначена  $j$ -му програмісту), тобто  $x_{ij} \in \{0; 1\}$ . Тоді план виконання робіт має вигляд:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & \dots & x_{2m} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & \dots & x_{nm} \end{pmatrix},$$

де за стовпцями визначена  $m$ -та задача, а за рядками  $n$ -ний виконавець.

Матриця витрат на реалізацію проектних робіт програмістами матиме вигляд:

$$P = C \times T,$$

де  $C$  – це матриця витрат на оплату праці розробника за годину, а  $T$  – матриця розрахованої тривалості виконання робіт за проектом. Вона має розмірність  $n \times m$ , як і матриця плану виконання робіт.

Таким чином, отримаємо матрицю прямих витрат, що має вигляд [4]:

$$P = |c_1 \quad \dots \quad c_n| * \begin{pmatrix} t_1 \\ \dots \\ t_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & \dots & p_{1m} \\ p_{21} & \dots & p_{2m} \\ \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & \dots & p_{nm} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Відповідно до постановки задачі, математична модель має наступний вигляд.

Цільові функції:

$$F_1 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} i_i - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} p_{ij} - const \rightarrow max, \quad (5)$$

$$F_2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} sp_i)^{q_j} \rightarrow \max. \quad (6)$$

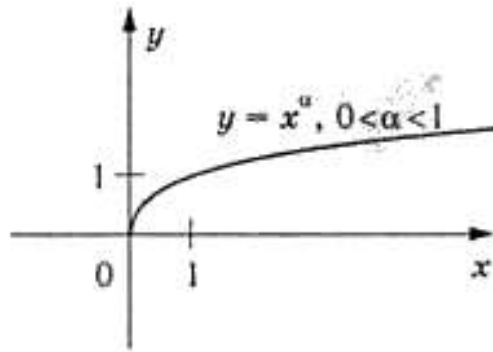
Система обмежень представлена у вигляді системи лінійних рівнянь та нерівностей:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1m} \leq m \\ x_{\dots 1} + x_{\dots 2} + \dots + x_{\dots m} \leq m \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nm} \leq m \\ \hline x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} = 1 \\ x_{1\dots} + x_{2\dots} + \dots + x_{m\dots} = 1 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_{1\dots} + x_{2\dots} + \dots + x_{m\dots} = 1 \\ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} p_{ij} + \text{const} \leq B \\ x_{ij} \in \{0; 1\} (i = \overline{1, m}; j = \overline{1; n}) \end{array} \right. , \quad (7)$$

де  $x_{ij}$  – варіант виконання  $i$ -тої проектної задачі  $j$ -тим програмістом;  $l_i$  – дохід від реалізації  $i$ -тої задачі;  $p_{ij}$  – прямі витрати на реалізацію  $i$ -тої проектної задачі  $j$ -тим програмістом;  $sp_i$  – складність реалізації  $i$ -тої проектної;  $q_j$  – коефіцієнт якості виконання проектних робіт  $j$ -тим програмістом;  $\text{const}$  – інші постійні чи змінні витрати що не залежать від розподілу задач між програмістами.

Перша цільова функція (5) є бажанням підприємства максимізувати дохід від реалізації проекту, тому вона представлена у вигляді різниці сум доходу від реалізації проектних задач, витрат на реалізацію проектних задач програмістами та іншими постійними чи змінними витратами, що не залежать від розподілу задач між програмістами.

Друга цільова функція (6) є бажанням підприємства максимізувати якість виконання проектних робіт. Оскільки коефіцієнт якості виконання робіт змінюється в межах від 0 до 1, то обрання степеневі функції є найбільш доцільним для розрахунків якості виконання проектних робіт. Така функція дозволяє врахувати не лише випадкові сторонні впливи на якість виконання роботи, але і врахувати той факт, що зі зростанням складності виконуваної задачі результат виконання роботи знижується, що добре демонструє графік степеневі функції на рис. 1.



**Рис. 1. Графік залежності якості виконання роботи від складності завдання**

На графіку вісь абсцис представлена градацією складності завдань та умовних *story points*, а вісь ординат висвітлює ступінь якості виконання задачі.

Перший вид обмежень типу  $x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1m} \leq m$  вказує що розробнику не може бути призначено більше завдань ніж є у проекті, проте усі завдання можуть бути призначені одному виконавцю.

Другий тип обмежень  $x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} = 1$  означає що кожна задача повинна бути виконана, проте одна задача може виконуватися лише одним програмістом.

Третій тип обмеження  $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} p_{ij} + const \leq B$  передбачає те, що сума витрат на реалізацію проектної задачі та постійні чи змінні витрати, що не залежать від розподілу задач між програмістами не можуть перевищувати визначений бюджет проекту.

Задача розв'язується методом покрокових поступок, тому підприємство саме має обрати для себе більш важливий параметр, який потребує оптимізації. Отже, спочатку доцільно максимізувати більш важливу для підприємства функцію. Після першого кроку оптимізації визначають розмір поступки, на яку підприємство погоджується піти для максимізації другої функції. Таким чином, якщо підприємство обирає першим кроком максимізувати прибуток, то після проведення оптимізації можна визначити, якою кількістю прибутку можна поступитися задля забезпечення якості. Виходячи з цього, цільова функція переноситься до системи обмежень у вигляді:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} i_t - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} p_{ij} - const \geq F,$$

де  $F$  – рівень прибутку, яким буде задоволене підприємство.

У випадку, якщо підприємство обирає інший порядок оптимізації, тоді після першого кроку, на якому максимізується показник якості виконання проектних робіт, підприємство може визначити відсоток якості, яким воно може поступитися для максимізації прибутку. Тож цільова функція якості переноситься до системи обмежень у вигляді:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} s p_i)^{q_j} \leq kR,$$

де  $k$  – коефіцієнт рівня якості, яку підприємство хоче залишити;  $R$  – максимізований показник рівня якості, визначений на першому кроці.

Є також інший варіант, при якому підприємство передбачає лише довгострокові вигоди від реалізації проекту: наприклад, якщо підприємство є кінцевим споживачем продукту. Тоді для нього важливіше саме реалізація проекту для задоволення власних потреб, ніж прибуток, який воно може отримати від реалізації проекту. У такому випадку можна одразу перенести цільову функцію (5) до системи обмежень у такому вигляді:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} i_i - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} p_{ij} - const \geq 0.$$

Це означає, що підприємство задовольняє варіант беззбитковості проекту та готове поступитися усім прибутком від реалізації проекту для максимізації якості виконання проекту, що забезпечить довгострокові вигоди від його реалізації. Отже, після розв'язання другої задачі будемо мати оптимальний для підприємства план з призначення виконавців проектних робіт.

Розв'язавши попередні задачі, отримаємо тривалість виконання проектних задач та оптимальний план їх розподілу між програмістами. Тому можемо скласти план-графік ходу виконання проектних робіт [5].

Нехай, маємо тривалість виконання задач, оптимальний розподіл задач між виконавцями та певну послідовність або залежність між виконанням певних задач. Потрібно скласти план-графік ходу виконання проектних робіт, враховуючи раніше отримані дані та послідовність виконання задач.

Оскільки маємо обмежену кількість виконавців, чітко визначені терміни виконання робіт та їх послідовність, доцільним є використання діаграми Ганта. Не існує певної чітко визначеної математичної моделі побудови діаграми Ганта, проте є алгоритм дій та набір інструментів, якими слід керуватися при побудові діаграми. Найчастіше такі діаграми у сучасних реаліях складають за допомогою спеціального програмного забезпечення.

Як вже було згадано, цей графік використовується для візуалізації календарного плану робіт за проектом. Діаграма Ганта представляє собою набір по-

слідовних графічних плашок, що послідовно розташовані на горизонтальній шкалі, градуьованій за часом. Кожна плашка відповідає певній проектній задачі або підзадачі, що відображаються у правій частині графіку на шкалі часу. Ця шкала представляє собою градуьований за днями календар на вісі абсцис. Задачі та підзадачі, що є складовими частинами плану, розміщуються каскадним послідовним чином за вертикаллю. Довжина відрізка, його початок і кінець на шкалі часу відповідають тривалості задачі та відповідно терміну її початку й закінчення. На діаграмах Ганта найчастіше вказують також і залежності між задачами [6].

Зв'язок між задачами визначає, яким чином час початку або завершення одного завдання впливає на час початку або завершення іншого. Завдання, яке впливає на інше, називають «попередником», а завдання, що залежить від іншого, називають «послідовником». Один зв'язок може поєднувати лише два завдання, проте одна задача може бути пов'язана з декількома іншими задачами.

Існують 4 типи зав'язків між задачами:

- «закінчення – початок» (ЗП) – дата закінчення завдання-попередника визначає дату початку завдання-послідовника;
- «початок – початок» (ПП) – дата початку завдання-попередника визначає дату початку завдання-послідовника;
- «закінчення – закінчення» (ЗЗ) – дата закінчення завдання-попередника визначає дату закінчення завдання-послідовника;
- «початок – закінчення» (ПЗ) – дата початку завдання-попередника визначає дату закінчення завдання-послідовника [6].

Найбільш розповсюдженим типом зв'язків між задачами є «закінчення – початок».

Також при складанні графіку та встановленні зав'язків для деяких задач можна встановити лаг, тобто затримку перед початком виконання задачі при необхідності.

В умовах наявності  $n$ -ї кількості програмістів задачі можуть виконуватись паралельно, якщо дозволяють зв'язки між задачами та їх порядок. Тож при складанні графіку потрібно:

- визначити та записати усі види робіт, що повинні бути виконані;
- визначити та записати тривалість усіх задач і видів робіт;



- розподілити задачі між виконавцями, які повинні будуть виконати задачу;
- встановити можливість виконання певних задач виконавцями паралельно;
- встановити зв'язки між задачами та впорядкувати за попередньо визначеною послідовністю виконання робіт.

Виконавши всі кроки, отримаємо опорний план-графік ходу виконання проектних робіт. Якщо у послідовності виконання робіт заздалегідь не визначені усі зв'язки, то можна перевірити план на оптимальність методом критичного шляху.

### Список використаних джерел

1. Бортульов Є. С., Іванов Р. В. PERT метод в управлінні проектами. Визначення вірогідності реалізації проекту на основі PERT. XI Міжнародна науково-практична Інтернет-конференція «Сучасні проблеми моделювання соціально-економічних систем», 2019.
2. Библиографическая запись Библиотеки Конгресса США: Руководство к Своду знаний по управлению проектами (Руководство PMBOK®). – Пятое издание. – Project Management Institute, Inc.: Издательство Олимп-бизнес, 2016.
3. Леонова М. В. Алгоритм розв'язування задачі про оптимальні призначення методом гілок та меж. Штучний інтелект, 2013. № 2.
4. Яковенко О. Г. Математичні моделі процесів активності в економічній динаміці: монограф. – Дніпро: Біла К.О., 2017. – 295 с.
5. Бортульов Є. С. Яковенко О. Г. Економіко-математична модель оптимального розподілу задач між виконавцями проекту. Сучасні проблеми і перспективи розвитку обліку, аналізу та контролю в умовах глобалізації економіки: матеріали XI Міжнар. наук.-практ. конф. (7 грудня 2019 р). / відп. ред. В. В. Чудовець. Вип. 13. Ч. 1. Луцьк: ІВВ Луцького НТУ, 2019. – 376 с.
6. Типы связей задач MS Project. URL: <https://support.office.com/ru-ru/article/Связывание-задач-в-проекте-4b71-475c-9d6b-0ee501b4be57>.